Aufgabe B2 Landesabitur Hessen 2008 GK

1. Wir bestimmen das Vektorprodukt $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ -42 \\ 84 \end{pmatrix}$ und erhalten daraus

den Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Daraus ergibt sich die Normalengleichung der Ebene:

$\vec{n} * \vec{x} = \vec{n} * \overrightarrow{OA}$, also $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} * \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = 12$.

Daraus wird: <u>E: $2x - 3y + 6z = 12$</u>

2. Wir setzen die Gleichung $\vec{x} = \overrightarrow{OA} + t \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix}$ der Geraden in die Ebene F

ein:

$2(0+6t)-3(-4+12t)+6(0+4t)=12 \quad \Leftrightarrow \quad 12t+12-36t+24t=12 \quad \Leftrightarrow \quad 0=0$

3.1. Wir setzen den Punkt $P\left(-1 \mid -6 \mid -\frac{2}{3}\right)$ in (3) $kx-5y+3z=28-k$ ein:

$-k+30+(-2)z=28-k \quad \Leftrightarrow \quad 0=0$

3.2. $$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 6 & 12 \\ 6 & -2 & -3 & 8 \\ 8 & -5 & 3 & 20 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ II = II - 3*I \\ III = III - 4*I \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 6 & 12 \\ 0 & 7 & -21 & -28 \\ 0 & 7 & -21 & -28 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 6 & 12 \\ 0 & 1 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

also $\underline{x_3 = t}$ ➔ $\underline{x_2 = -4 + 3t}$ und $\underline{x_1 = \frac{12 - 6t + 3(-4 + 3t)}{2} = \frac{3t}{2} = 1{,}5t}$

4.

- P liegt auf der Ebene (1), der Ebene (2) und allen Ebenen der Ebenenschar (3)
- Für k=8 ist die Gerade $\bar{x} = \begin{pmatrix} 1{,}5t \\ -4 + 3t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ die Schnittgerade aller beschriebenen Ebenen